

III BSC ZOOLOGY

BIostatISTICS AND BIOinformatics

UNIT III – STANDARD DEVIATION - திட்ட விலக்கம்

DR.S.ARULJOTHISELVI
ASSISTANT PROFESSOR
DEPARTMENT OF ZOOLOGY
PERIYAR GOVERNMENT ARTS COLLEGE
CUDDALORE
24.09.2020

திட்ட விலக்கம் (Standard deviation)

திட்டவிலக்கம் மிகச் சிறந்த சிதறல் அளவையாகும். எல்லா விலக்கங்களையும் நேர்விலக்கங்களாகக் கொண்டு சராசரி விலக்கம் கணக்கிடப்படுகிறது. இக்குறையினைத் தவிர்த்து, திட்ட விலக்கத்தை 1893 இல் கார்ல் பியர்சன் அறிமுகப்படுத்தினார்.

சராசரியிலிருந்து மற்ற மதிப்புக்கள் எந்த அளவு விலகி உள்ளன என்பதைச் சிறந்த முறையில் திட்டவிலக்கம் விளக்குகிறது. இது கணிதமுறையில் மென்மேலும் பயன்படும்படி அமைந்துள்ளது. சராசரியிலிருந்து மதிப்புக்கள் பெற்றுள்ள நேர் மற்றும் எதிர்விலக்கங்களின் அடிப்படையில் இது கணக்கிடப்படுகின்றது.

1. திட்டவிலக்கம் - இலக்கணம் (Definition):
கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்ற விவரங்களின் கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து பெறப்படுகின்ற விலக்கங்களின், வர்க்கங்களின் கூட்டுச் சராசரியின் வர்க்கமூலம், அவ்விவரங்களின் திட்டவிலக்கம் ஆகும். திட்ட விலக்கம் வர்க்கமூலசராசரி, வர்க்கவிலக்கம் (Root Mean square Deviation) என்றும் அழைக்கப்படுகின்றது. திட்டவிலக்கம் σ (சிக்மா)

என்ற கிரேக்க எழுத்தால் குறிப்பிடப்படுகிறது. திட்டவிலக்கம் விலக்கம் என்றும் கூறப்படுகின்றது.

2. தனித்தொகுதியில் திட்டவிலக்கத்தைக் கண்டி

முறை:

அ) நேரடி முறை:

X_1, X_2, \dots, X_n என்பன கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரம்
என்போம்.

$$\text{இவற்றின் திட்ட விலக்கம் } \sigma = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n}}$$

$$\text{அல்லது, } \sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$$

$$\text{இதில் } x = (X - \bar{X})^2$$

$$\begin{aligned} \text{இவற்றின் திட்டவிலக்கம் } \sigma &= \sqrt{\frac{\sum X^2}{n} - \left(\frac{\sum X}{n}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{\sum X^2}{n} - \bar{X}^2} \end{aligned}$$

(அ) சாடுக்க முறை : (ஊகச் சராசரி முறை)

$$\text{திட்டவிலக்கம் } \sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}$$

இதில் $d = (X - A)$, A என்பது ஊகச்சராசரி

குறியீடு: கூட்டுச்சராசரி (X) முழு எண்ணாக இல்லாவிட்டால் ஊகச்சராசரி முறையைப் பயன்படுத்தி எளிதாகத் திட்டவிலக்கத்தை கண்டுபிடிக்கலாம்.

(ஆ) அடிவிலக்க முறை (Step Deviation Method)

கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்ற விவரங்கள் அனைத்தும் ஒரு பொது எண்ணால் (Common factor) வகுபடுகின்ற போது இம் முறையைப் பயன்படுத்தி திட்டவிலக்கத்தை எளிதாகக் கணக்கிடலாம்.

$$\text{திட்டவிலக்கம் } \sigma = \sqrt{\frac{\sum d_1^2}{n} - \left(\frac{\sum d_1}{n}\right)^2} \times c$$

$$\text{இதில் } d_1 = \frac{X - A}{C}$$

$C =$ பொது எண்.

பாதி: 1.

பின்வருகின்ற மதிப்புகளுக்கு திட்டவிலக்கம் காண்க.

12, 10, 9, 6, 3

பிடி:

கூட்டுச்சராசரி, $\bar{X} = \frac{12 + 10 + 9 + 6 + 3}{5} = \frac{40}{5} = 8$

X	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
12	4	16
10	2	4
9	1	1
6	-2	4
3	-5	25
மொத்தம்	0	50

$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{\frac{\sum(X - \bar{X})^2}{n}} \\ &= \sqrt{\frac{50}{5}} \\ &= \sqrt{10} \\ &= 3.16\end{aligned}$$

மாதிரி: (ஊகச்சராசரி முறை)

கீழ்காணும் விவரங்களுக்கு திட்டவிலக்கம் காண்க.

12, 18, 20, 15, 8, 10, 6, 9, 7

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் கூட்டுச்சராசரி 11.66 ஆகும். ஆதலால் ஊகச்சராசரி முறையைப் பயன்படுத்தி திட்டவிலக்கம் காணலாம்.

17ஆ ஊகச்சராசரியாகக் கொள்வோம்.

மொத்த உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கை $n = 9$.

திட்டவிலக்கம் $\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}$

X	$d = X - A$ $A = 12$	d^2
12	0	0
18	6	36
20	8	64
15	3	9
8	-4	16
10	-2	4
6	-6	36
9	-3	9
7	-5	25
மொத்தம்	-3	199

$$\sigma = \sqrt{\frac{199}{n} - \left(\frac{-3}{9}\right)^2}$$

$$\sigma = \sqrt{22.11 - 9/8}$$

$$\sigma = \sqrt{22.11 - 0.11}$$

$$\sigma = \sqrt{22}$$

திட்ட விலக்கம் = 4.69

5. தொடர்ச்சியற்ற தொடர்திவகில் திட்டவிலக்கம் கரணுதல்.

(அ) தேரடி இலகை:

$$\text{திட்ட விலக்கம் } \sigma = \sqrt{\frac{\sum f(X - \bar{X})^2}{n}}$$

இதில், n = மொத்த உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கை = $\sum f$

(ஆ) ஊகல் கரணல் இலகை:

$$\text{திட்டவிலக்கம் } \sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{n} - \left(\frac{\sum fd}{n}\right)^2} \quad \text{இதில் } d = (X - A)$$

(இ) அடிவிலக்கம் முறை:

$$\text{திட்டவிலக்கம் } s = \sqrt{\frac{\sum fd_1^2}{n} - \left(\frac{\sum fd_1}{n}\right)^2 \times C}$$

$$\text{இதில் } d_1 = \frac{X - A}{C}$$

C = பொது எண்

காண்க : 3.

கீழ்க்காணும் விவரங்களுக்குத் திட்ட விலக்கம் காண்க.

x	1	2	3	4	5
f	3	7	10	3	2

தீர்வு :

'3' ஐ ஊகச்சராசரியாகக் கொள்வோம்.

x	f	(X-A) d A=3	fd	fd ²
1	3	-1	-6	12
2	7	-2	-7	7
3	10	0	0	0
4	3	1	3	3
5	2	2	4	8
மொத்தம்	25		-6	30

குறிப்பு : (fd) உடன் (d) ஐப் பெருக்க fd² கிடைக்கும்.

$$= \sigma \sqrt{\frac{\sum fd^2}{n}} = \left(\frac{\sum fd}{n} \right)^2$$

(fd) உடன் (d) ஐப்பெருக்கி fd^2 கிடைக்கும்.

$$= \sigma \sqrt{\frac{\sum fd^2}{n} - \left(\frac{\sum fd}{n}\right)^2}$$

$$= \sigma \sqrt{\frac{30}{25} - \left(\frac{-6}{25}\right)^2}$$

$$= \sqrt{1.2 - \left(\frac{36}{625}\right)}$$

$$= \sqrt{1.2 - 0.05}$$

$$= \sqrt{1.15}$$

திட்டவிலக்கம் = 1.07

மாதிரி: 4

கீழ்காணும் பட்டியலிலிருந்து திட்டவிலக்கத்தை
கண்டுபிடி (ம.கா.பி.ஏ.ஏப். 1981)

x	5	15	25	35	45	55
f	1	2	4	6	1	1

தீர்வு:

'25' ஐ ஊகச்சராசரியாகக் கொள்வோம்.

x	F	$d=X-A$ $A=25$	$d=\frac{X-A}{c}$ $c=10$	fd^1	fd_1^2
5	1	-20	-1	-2	4
15	2	-10	-2	-2	2
25	4	0	0	0	0
35	6	10	1	6	6
45	1	20	2	2	4
55	1	30	3	3	9
மொத்தம்	15			7	25

$$= \sigma \sqrt{\frac{\sum fd_2^1}{n} - \left(\frac{\sum fd^1}{n}\right)^2} \times C$$

$$= \sigma \sqrt{\frac{25}{16} - \left(\frac{7}{15}\right)^2} \times 10$$

$$= \sigma \sqrt{1.67 - \left(\frac{49}{225}\right)} \times 10$$

$$= \sigma \sqrt{1.67 - 0.22} \times 10$$

$$= \sigma \sqrt{1.45} \times 10$$

$$= 1.204 \times 10$$

திட்ட விலக்கம் = 12.04

தொடர்ந்த தொகுதியில் திட்டவிலக்கம் காணுதல்.

(அ) நேரடி முறை:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{n}} \quad \text{இதில் } d = m - \bar{X}.$$

$m = X$ இன் நடு மதிப்பு.

(ஆ) ஊகச்சராசரி முறை :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{n} - \left(\frac{\sum fd}{n}\right)^2} \quad \text{இதில் } d = m - A$$

(இ) அடிவிலக்க முறை :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd_1^2}{n} - \left(\frac{\sum fd_1}{n}\right)^2} \times C \quad \text{இதில் } d_1 = \frac{m-A}{C}$$

குறிப்பு: திட்ட விலக்கம் காண, தொடர்ச்சியற்ற தொகுதியில் பயன்படுத்தப்படும் சூத்திரமே தொடர்ந்த தொகுதியிலும் பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஆனால் X - க்குப் பதிலாக $X -$ இன் மையப்புள்ளியைப் (பிரிவுகளின் மையப்புள்ளி) அதாவது $m -$ ஐப் பயன்படுத்த வேண்டும்.

பின்வரும் பரவலுக்குத்திட்டவிலக்கம் காண்க.

பிரிவு இடைவெளி	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
அலைவெண்	3	4	7	6	5

CI (X)	f	X-இன் நடு மதிப்பு m	d=M-A A = 25	$d_1 = \frac{M-A}{C}$ C = 10	fd ¹	fd ₁ ²
0-10	3	5	-20	-2	-6	12
10-20	4	15	-10	-1	-4	4
20-30	7	25	0	0	0	0
30-40	6	35	10	1	6	6
40-50	5	45	20	2	10	20
மொத்தம்	25				6	42

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd_1^2}{n} - \left(\frac{\sum fd_1}{n}\right)^2} \times C$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{42}{25} - \left(\frac{6}{25}\right)^2} \times 10$$

$$= \sqrt{1.68 - 0.058} \times 10$$

$$= \sqrt{1.6224} \times 10$$

$$= \sqrt{1.274} \times 10$$

திட்ட விலக்கம் = 12.74